

*Im-et-Ker*

101. — Les clefs pour l'X. Bernard Randé & Franck Taïeb
102. — Les clefs pour l'X (2). Roger Mansuy & Bernard Randé
103. — Les clefs pour les Mines. Françoise Fontanez & Bernard Randé
104. — Problèmes clefs pour mathématiques supérieures. Hervé Gianella, Romain Krust, Franck Taïeb & Nicolas Tosel
105. — Les clefs pour la PSI et la PSI\*. Roger Mansuy & Bernard Randé
106. — Une année de colles en Math Sup MPSI. Éric Kouris
107. — Les clefs pour les Hautes Études Commerciales. Philippe Gallic & Jean-Louis Grappin
108. — Le jardin d'Eiden. Une année de colles en MP\*. Jean-Denis Eiden
109. — Un Max de Maths. Maxime Zavidovique
110. — Mathématiques pour la voie économique et commerciale. Jérôme Gärtner
111. — Probabilités. Cours et exercices corrigés (1). Thierry Meyre
112. — Les clefs pour l'écrit MP de mathématiques (session 2015). Bernard Randé, Alix Deleporte-Dumont, Quentin Guignard
113. — Les clefs pour l'oral MP de mathématiques, X-ENS (session 2015). Quentin Guignard, Bernard Randé
114. — Les clefs pour l'écrit de mathématiques des concours 2016, filière MP. Clément de Seguins Pazzis
115. — Les clefs pour l'Info. Ismael Belghiti, Roger Mansuy & Jill Jên Vie.
116. — Les nouvelles clefs pour les Mines-CCP (tome I). Oral MP, 2015-16. Bernard Randé
117. — Agrégation interne. Algèbre générale, algèbre linéaire et un peu de géométrie. Georges Skandalis
118. — Florilège d'exercices de l'oral d'HEC. Jean-Louis Roque.
119. — Les clefs pour l'écrit MP 2017–Mathématiques. Clément de Seguins Pazzis

Clément de Seguin Pazzis

# Les clefs pour l'écrit MP 2017

Mathématiques



Calvage & Mounet



CLÉMENT DE SEGUINS PAZZIS est ancien élève de l'ÉNS Ulm. Après avoir passé l'agrégation externe de Mathématiques en 2003, où il fut classé premier, et avoir soutenu une thèse en Topologie algébrique, il choisit d'enseigner en classes préparatoires. Il est actuellement professeur en MP\* au lycée Sainte-Geneviève, et cela depuis septembre 2009.

Spécialiste reconnu d'algèbre linéaire et quadratique, auteur de nombreux travaux de recherches dans ces domaines, il a publié chez Calvage&Mounet en 2011 une somme, intitulée « Invitation aux formes quadratiques ».

Dans cette même collection, il a écrit les chapitres consacrés aux épreuves de Mathématiques des « clefs pour l'écrit MP 2016 », auxquelles fait suite le présent ouvrage.

BERNARD RANDÉ dirige la série « Les Clefs ».

Couverture.– Alice Lebreton

∞ Imprimé sur papier permanent

© Calvage & Mounet, Paris, 2017

ISBN 978-2-916352-57-2



9 782916 352541

*à Héloïse et Pierre*



# Préface

Après une session 2016 plombée par une impressionnante quantité d'erreurs d'énoncé — principalement aux épreuves d'entrée à l'École Polytechnique —, cette session 2017 marque le retour à un plus grand professionnalisme dans l'écriture des sujets : on ne déplore qu'un nombre très limité de telles erreurs, et celles-ci figurent le plus souvent en fin de sujet, de sorte qu'il est probable qu'elles n'aient gêné que très peu de candidats. Nous nous devons néanmoins de déplorer une nouvelle défaillance dans la rédaction du premier écrit de Polytechnique : tout le sujet paraissait converger vers un résultat final qui, bien que juste, ne pouvait visiblement pas être démontré par la méthode suggérée par l'auteur. Nous renvoyons aux commentaires du chapitre 1 pour plus de détails.

Le trait le plus saillant de ce millésime 2017 est l'extrême longueur des problèmes des écrits aux concours de Polytechnique et des Écoles normales supérieures ainsi qu'au concours Centrale-Supélec. Aucune des six épreuves en question n'était terminable dans le temps imparti — et de loin — par un étudiant soucieux de justifier correctement ses solutions. *A contrario*, les épreuves du Concours Commun Mines-Ponts et des Concours Communs Polytechniques étaient toutes de longueur modérée, et largement finissables par les meilleurs candidats sans sacrifier la qualité de rédaction.

Dans l'ensemble, les épreuves ont été d'un niveau de difficulté assez bien adapté aux concours concernés, et même souvent un peu plus élevé que nécessaire aux écrits de Polytechnique, des ÉNS et du concours Centrale-Supélec.

Un autre point à souligner est que les probabilités retrouvent cette année une place plus conforme à leur poids réel dans l'enseignement en classes préparatoires. Seul un sujet (le deuxième du concours Centrale-Supélec) porte principalement sur ce chapitre, et un autre contient une courte partie qui lui est consacrée (elle ne mobilise en définitive que les connaissances du cours de première année). On déplore tout de même un certain nombre de débordements de programme dans le deuxième sujet de Centrale-Supélec, sans explication claire donnée aux candidats (voir nos commentaires à la fin du chapitre 8).

Un dernier aspect déplaisant est le recours régulier aux questions à tiroirs dans les sujets du concours X-ÉNS. Dans la plupart de ces sujets, le résultat d'une question, tel qu'énoncé, pouvait s'avérer insuffisant pour traiter les questions ultérieures ; il était alors nécessaire que les candidats reviennent sur les arguments de la démonstration, voire qu'ils renforcent le résultat établi pour pouvoir poursuivre leur progression. Nous espérons qu'à l'avenir les concepteurs de sujet seront plus attentifs à éviter ce genre d'écueil.

Il paraît essentiel que les candidats ne s'illusionnent pas sur la qualité des épreuves de concours : les énoncés parfaits y sont l'exception et non la règle. Il est donc nécessaire d'être entraîné à réagir en cas d'erreur supposée, à tout le moins il faut faire preuve d'esprit critique. Nous estimons qu'une bonne préparation des candidats nécessite qu'ils soient confrontés un jour ou l'autre à de réelles épreuves de concours. Nous avons ainsi pris le parti de reproduire les sujets d'origine quasiment à l'identique, en prenant bien soin de n'y corriger *aucune* erreur d'énoncé, ni d'en introduire ! Tout au plus avons-nous consenti à en éliminer les rares fautes d'orthographe, tant que ces modifications n'affectaient pas le sens apparent des phrases incriminées. Les autres modifications subies par les énoncés sont d'ordre cosmétique et ne trouvent leur motivation que dans la nécessité d'une mise en page agréable de l'ouvrage. En outre, en vue d'une correction par le professeur, nous pensons que la numérotation des questions est plus agréable si elle suit un ordre croissant dans tout l'énoncé (sans référence à la partie à laquelle elles appartiennent) : ce mode de numérotation, qui est celui des sujets d'origine à Polytechnique, au Concours Commun Mines-Ponts ainsi qu'aux Concours Communs Polytechniques, a donc été adapté aux sujets des Écoles normales supérieures et du concours Centrale-Supélec.

Précisons maintenant la structure de chaque chapitre.

*Prérequis.* – Cette partie précise les parties des programmes de première et deuxième année concernées par le problème.

*Appréciation du problème.* – Cette partie souligne l'intérêt pédagogique du problème, ainsi que sa difficulté et sa longueur. Il signale, si besoin est, la présence d'une quantité plus ou moins élevée d'erreurs d'énoncé.

*Énoncé.* – Comme indiqué, l'énoncé est fondamentalement conforme à l'original, à la numérotation près des questions. Les erreurs d'énoncé sont authentiques.

*Corrigé.* – Le corrigé est rédigé dans les règles de l'art, comme il devrait l'être par un élève le jour du concours. Une attention particulière a été portée à l'adéquation du corrigé avec le niveau du concours.

*Commentaires.* – Les commentaires soulignent l'intérêt mathématique du problème et reviennent sur les temps forts de ce dernier. On n'y indique qu'exceptionnellement les pièges et erreurs possibles du candidat. Parfois,

des solutions alternatives de certaines questions sont brièvement suggérées. Un retour est effectué sur les éventuelles erreurs d'énoncé du problème, en signalant où se situe l'erreur et en motivant les initiatives que nous avons prises dans le corrigé pour affronter ces difficultés. Sont également proposées des références bibliographiques autour du thème du problème.

*Théorèmes utilisés.* – On cite les noms des principaux théorèmes utilisés. Les énoncés complets de ces théorèmes sont précisés en appendice. Seuls les théorèmes importants sont référencés, et plus particulièrement ceux vus en deuxième année, les propositions relevant de la pratique standard n'étant pas relevées.

En général, un étudiant vise une certaine catégorie d'écoles : il trouvera dans ce livre matière à s'y préparer. Aucun problème du concours E3A ne figure dans cet ouvrage, mais l'étudiant le présentant y sera très bien préparé en travaillant les problèmes des Concours Communs Polytechniques. Cependant, pour qui serait attiré par des écoles recrutant leurs élèves à l'aide de questionnaires à choix multiples, une préparation spécifique est certainement nécessaire, et cet ouvrage ne suffira donc pas.

On ne saurait présenter un concours sans avoir une certaine idée de ses attendus. Ceux-ci évoluent au cours des années. Le candidat sera d'autant plus conscient de la spécificité actuelle de chaque concours qu'il aura travaillé sur des millésimes récents. Il est bien entendu illusoire de tenter de deviner les thèmes futurs d'un concours à partir des sujets déjà tombés. On peut en revanche, pour un concours donné, s'attendre à une certaine constance dans le niveau de difficulté des questions, la longueur des problèmes, les qualités testées, le niveau de détails exigé dans la rédaction des solutions. La lecture des rapports de concours sera indispensable au futur candidat, et il devra la confronter aux corrigés présentés ici.

Des règles de conduite générales doivent être adoptées indépendamment du concours visé. Il est indispensable de lire attentivement le préambule. Il est aussi préférable d'avoir une idée globale de l'énoncé en le lisant dès le début de l'épreuve, au moins dans ses grandes lignes : on peut ainsi définir une stratégie et se faire une idée de la longueur de l'énoncé. Rien n'est pire, par exemple, que de tenter de démontrer un résultat intermédiaire qui est en réalité le but du problème. La lecture des questions subséquentes peut souvent donner des idées sur la réponse à une question ouverte de l'énoncé. On peut aussi mesurer l'indépendance des questions, détecter celles qu'il est absolument nécessaire de traiter, ou au contraire celles que l'on peut admettre sans perdre le fil de l'énoncé. En outre, il est parfaitement légitime et accepté par les correcteurs que l'on puisse considérer implicitement comme acquis un résultat fourni par l'énoncé quand bien même on ne l'aurait pas traité, à condition bien entendu de ne pas l'utiliser avec



effet rétroactif : admettre la troisième question pour traiter la deuxième sera toujours considéré comme un non-respect des règles tacites du « jeu ». En principe, le candidat invité explicitement à déduire un résultat d'un autre (l'incontournable « En déduire que ») doit obéir à cette injonction ; si, pour des raisons exceptionnelles, il souhaite donner une démonstration directe de l'énoncé à démontrer, sans se servir du résultat qu'on lui demande d'utiliser, il doit avoir de très solides raisons pour le faire et s'expose en principe à une petite sanction. Dans cet ouvrage, nous avons scrupuleusement respecté ces injonctions, même lorsqu'une démonstration beaucoup plus simple était envisageable et facilement concevable (voir l'inénarrable partie **II** du premier sujet du concours Centrale-Supélec, chapitre **7** du présent ouvrage).

La longueur apparente du problème est un élément d'appréciation dont l'interprétation n'est pas facile. Il est d'ailleurs ardu de pouvoir évaluer le niveau de difficulté des questions par une lecture superficielle, alors même que la difficulté contribue de manière décisive à la longueur réelle d'un problème. Quoiqu'il en soit, il n'est pas du tout évident que le jury soit plus tolérant à une rédaction lâche lorsque le nombre de questions à traiter est particulièrement élevé. Le seul réconfort que le candidat négligent pourrait s'attendre à trouver dans ce cas-là est la possibilité qui lui est offerte de se rattraper sur des questions ultérieures. *A contrario*, les points perdus lors d'une épreuve courte sont plus difficiles à compenser, et il est donc souhaitable d'être particulièrement vigilant à la précision de la rédaction dans ce cas. Signalons tout de même que beaucoup de problèmes n'ont pas vocation à être traités dans leur intégralité : leur longueur peut être justifiée par l'impératif moral de clore une démonstration, mais aussi par la possibilité de balayer un spectre plus large de thèmes du programme.

Le jour du concours, les erreurs d'énoncé, une fois repérées, devront être signalées explicitement, et le candidat devra à cet égard faire preuve d'initiative. À ce titre, les épreuves des concours 2016 (voir [31]) prépareront mieux encore les candidats que celles des concours 2017.

La question de la rédaction est évidemment cruciale. Le corrigé détaillé, tel que nous le proposons, est un modèle. Nous avons la faiblesse de penser qu'une copie reproduisant notre corrigé aurait systématiquement tous les points prévus au barème des épreuves concernées. Autrement dit, nos corrigés contiennent tout ce qu'il nous semble nécessaire de mettre et (presque) rien de ce qui nous paraît inutile. Ce n'est donc pas une succession d'éléments de démonstration.

Il n'est pas utile que le candidat recopie le titre des parties de l'énoncé : nous n'avons conservé ces titres dans nos corrigés que pour favoriser un feuilletage rapide de ceux-ci. Les candidats peuvent très bien se limiter à inscrire très clairement le numéro des questions auxquelles ils répondent.

Deux points de rédaction méritent d'être signalés : d'une part l'intitulé de la question n'a pas sa place dans une copie, d'autre part les objets ou hypothèses non introduits par l'énoncé doivent l'être par le candidat. Nous rappelons qu'en toute rigueur l'énoncé « Montrer que si  $A$  est vrai alors  $B$  l'est aussi » n'indique pas que  $A$  est supposé vrai. Il convient donc de commencer la réponse par « Supposons  $A$  vraie », à moins bien sûr que le candidat opte pour le raisonnement par contraposition ou par l'absurde. Dans le même ordre d'idée, si l'on doit montrer un énoncé du type « Pour tout  $x$  dans l'ensemble  $E$  la propriété  $A(x)$  est vraie », alors on ne peut pas considérer que l'énoncé fixe un quelconque élément  $x$ . C'est donc au candidat de commencer sa réponse par une déclaration de type « Soit  $x$  dans  $E$  » s'il souhaite fixer un tel objet pour les besoins de sa démonstration.

Lorsqu'aidé de son brouillon, le candidat a une idée assez nette de solution, il doit faire l'effort d'en mesurer rapidement la durée de rédaction. Si elle lui paraît élevée, quelque effort de réflexion supplémentaire n'est pas inutile pour tenter de simplifier la preuve avant de la coucher sur le papier. Toutefois, il est contre-productif de consacrer trop de temps à raffiner à l'extrême les démonstrations et leur rédaction. En écrivant cet ouvrage, nous avons essayé de nous mettre à la place d'un candidat réel et avons donc visé la plus grande efficacité possible, en traitant ces épreuves en temps limité dans les conditions normales de concours. Le lecteur ne sera donc pas étonné de ne pas systématiquement trouver ici la solution la plus élégante pour une question donnée (même si nous espérons y être parvenu le plus souvent). Les commentaires qui suivent le corrigé évoquent parfois certaines pistes alternatives.

Chaque épreuve a ses propres notations. Il convient de s'y conformer. Par exemple, dans certains sujets les lois de probabilités sont notées  $P$ , dans d'autres  $\mathbf{P}$ . Autant que possible, nous avons ici essayé de respecter les notations des énoncés d'origine, si bien que d'un corrigé à l'autre les notations changent. Néanmoins, les notations des corrigés sont tout à fait conformes à celles des énoncés auxquels ils répondent. Le candidat devra, le cas échéant, justifier toute déviation par rapport aux notations du problème, et avoir des arguments solides à proposer. Quant aux abréviations, nous conseillons vivement de n'en faire aucun usage à moins que l'énoncé le permette explicitement et spécifiquement.

Il va de soi que la présentation manuscrite ne prend pas la même forme que la présentation imprimée : dans le premier cas l'usage de l'encadré ou du souligné est à la fois légitime et vivement conseillé, à condition de faire preuve de parcimonie. On prendra alors soin d'encadrer des énoncés mathématiques complets et non des portions de ceux-ci : typiquement, on encadrera «  $A = B$  » mais pas «  $= B$  ». On encadrera systématiquement les résultats ne figurant pas dans l'énoncé.

La rédaction proposée ici est probablement trop littéraire pour un jour de concours, où les articulations logiques peuvent se limiter à des « donc » et des « or ». Cependant, la trame logique, l'appel des hypothèses, l'introduction des objets du discours lorsqu'ils ne sont pas fournis par l'énoncé (l'inévitable « Soit  $x$  »), la quantification précise des énoncés, la mise en évidence des conclusions doivent être respectés, et de ce point de vue le corrigé fourni n'en fait pas trop.

Reste à définir le degré de détail dans les démonstrations. Celui que nous proposons vise à être celui attendu par le jury suivant le concours concerné, plus une légère marge de sécurité. Notre point de vue a été celui que devrait avoir un candidat, à savoir adapter la minutie des arguments au niveau du concours visé et de la question traitée.

Le niveau de détail des solutions aux épreuves de Polytechnique est plus grand que dans celle en six heures de l'ÉNS Ulm. Cela ne signifie absolument pas que la rédaction est plus rigoureuse dans le premier cas que dans le second, mais que certaines vérifications banales sont faites dans celui-là, et pas dans celui-ci. Ces questions méritent une réflexion préalable, en liaison avec l'énoncé lui-même. Si celui-ci pose une question facile, il faut généralement y répondre en détail, car à quoi sert-il de répondre à une question facile en disant que c'est évident ? En revanche, si une vérification du même ordre intervient au milieu d'une question ardue, s'en dispenser peut être acceptable à condition toutefois d'en signaler l'existence. Par ailleurs, lorsqu'une technique a déjà été utilisée par un candidat avec des justifications détaillées, il est non seulement possible mais parfaitement judicieux, lors des utilisations ultérieures de la même technique, d'accélérer la rédaction, à condition toutefois de faire référence à la question où la méthode a été mise en œuvre de manière soignée. En effet, un correcteur lit une copie dans son intégralité, et l'évaluation d'une réponse du candidat peut être influencée par ses réponses antérieures (voire ultérieures!).

Le candidat prendra garde au fait que cet ouvrage concerne exclusivement les épreuves de la filière MP : la rédaction des solutions y suit donc les règles du programme d'icelle. Un point particulier est la rédaction des changements de variable dans les intégrales : le programme de seconde année stipule en effet que, tant que le calcul est correct, il n'est pas nécessaire pour le candidat de rappeler les hypothèses générales du théorème si la fonction de changement de variable est *standard* (fonction puissance, fonction affine, logarithme, exponentielle). Le lecteur habitué à la pratique des anciens programmes ne doit donc pas s'étonner de ne nous voir indiquer qu'exceptionnellement que le changement de variable est bijectif et de classe  $\mathcal{C}^1$ .

Qu'il nous soit permis de remercier chaleureusement Maxime Bourrigan, Michel Colin, Frédéric Morlot, François Moulin et Jean Nougayrède, professeurs de Mathématiques au lycée Sainte-Geneviève. Leur relecture at-

tentive et avisée des chapitres de l'ouvrage a contribué de manière décisive à la qualité de celui-ci.

Nous remercions enfin Gauthier Guinet qui, en nous fournissant les sujets à la sortie des épreuves, nous a permis de rédiger sans tarder les chapitres consacrés aux épreuves de Polytechnique et des ÉNS, François Moulin pour son assistance technique sur la mise en page du livre et ses illustrations, Yves Duval avec qui nous avons eu une correspondance enrichissante sur les qualités et les défauts des sujets 2017, et enfin Maxime Bourrigan et Djalil Chafaï dont la culture mathématique a grandement contribué à enrichir le commentaire scientifique des sujets.

Rédaction achevée le 24 juin 2017,  
à Versailles.

Clément de Seguins Pazzis



# Table des matières

1. Polytechnique, épreuve A . . . . .	1
2. Polytechnique, épreuve B . . . . .	31
3. Écoles normales supérieures, épreuve C . . . . .	65
4. ÉNS Ulm, épreuve D . . . . .	101
5. Mines-Ponts, épreuve 1 . . . . .	147
6. Mines-Ponts, épreuve 2 . . . . .	167
7. Centrale-Supélec, épreuve 1 . . . . .	189
8. Centrale-Supélec, épreuve 2 . . . . .	219
9. Concours communs polytechniques, épreuve 1 . . . . .	249
10. Concours communs polytechniques, épreuve 2 . . . . .	267
A. Théorèmes utilisés . . . . .	287
Bibliographie . . . . .	297



# Avant-propos

Le présent ouvrage est constitué de dix chapitres, contenant chacun un problème de concours d'entrée aux grandes écoles scientifiques, posé à la session 2017 dans la filière MP. Dans l'ordre, les deux problèmes du concours d'entrée à l'École Polytechnique, le problème commun aux Écoles normales supérieures, l'épreuve spécifique de la rue d'Ulm (en fait, ces quatre premières épreuves relèvent du concours X-ÉNS), les deux épreuves du Concours Commun Mines-Ponts, celles du concours Centrale-Supélec, et enfin celles des Concours Communs Polytechniques. Rappelons que toutes les épreuves durent quatre heures à l'exception de l'épreuve spécifique de la rue d'Ulm (baptisée épreuve D), laquelle dure six heures, et de la première épreuve du Concours Commun Mines-Ponts, qui dure trois heures.

Chaque chapitre est constitué des prérequis à l'épreuve, d'une appréciation globale du problème, d'un énoncé, d'un corrigé, d'un commentaire et de la liste des principaux théorèmes utilisés (les énoncés complets de ces derniers sont rappelés dans l'appendice). L'énoncé est l'énoncé original : les seules modifications sont d'ordre stylistique et esthétique et nous avons corrigé quelques fautes d'orthographe çà et là lorsque la modification effectuée ne changeait pas la signification de l'énoncé. *Nous avons conservé toutes les erreurs et imprécisions des énoncés originaux.* Par ailleurs, la numérotation a été modifiée pour que les questions successives suivent une numérotation à un seul nombre, sans référence à la partie du problème à laquelle elles appartiennent. Par exemple, si l'énoncé original numérote les questions de la première partie de 1 à 5, et celles de la deuxième de 1 à 6, ces questions seront ici numérotées de 1 à 11.

Nous avons systématiquement conservé les notations des sujets d'origine, à quelques exceptions mineures près. Pour le reste, «  $:=$  » exprime une égalité de définition. Le terme de la  $i^e$  ligne et de la  $j^e$  colonne d'une matrice  $M$  est systématiquement noté  $m_{i,j}$  lorsque le sujet ne précise pas la notation à employer. Lorsque l'on dispose d'une application  $f : E \rightarrow F$  et d'un élément  $a$  de  $F$ , la fibre  $f^{-1}(\{a\})$  sera simplement notée  $f^{-1}\{a\}$  par



souci de légèreté : nous espérons que le lecteur saura nous pardonner cette idiosyncrasie. Enfin, nous suivons dans tout le livre la convention voulant par exemple que l'écriture

$$\begin{aligned} A &\leq B \\ &\leq C \end{aligned}$$

signifie que  $A \leq B$  et donc que  $A \leq C$  (sous-entendu : car  $B \leq C$ ). Autrement dit, dans ce type d'écriture le terme de gauche est considéré comme implicitement répété à chaque ligne ultérieure.



# Polytechnique, épreuve A

## PRÉREQUIS

Algèbre linéaire de MPSI (espaces vectoriels, matrices, déterminants), réduction des endomorphismes, polynômes, topologie.

## APPRÉCIATION DU PROBLÈME

*Épreuve de quatre heures. Les calculatrices étaient interdites.*

Ce problème porte sur la réduction simultanée de deux formes symplectiques sur un espace vectoriel réel. Il est assez long et de difficulté très progressive. La partie **I**, qui comporte beaucoup de questions élémentaires, ne mobilise que les connaissances du programme de première année. La difficulté augmente ensuite assez nettement, plus particulièrement à partir de la question **21**.

Le problème a la particularité désagréable de contenir deux questions dont la conclusion n'est pas suffisante pour avancer dans la suite : on est alors contraint de renforcer le résultat à partir de la démonstration effectuée pour pouvoir progresser ultérieurement. En particulier, la première question de la partie **IV** ne peut pas être traitée dans un temps raisonnable si l'on n'a pas résolu avec succès la dernière question de la partie **III**.

Enfin, le problème se termine en queue de poisson : la méthode suggérée dans la partie **IV**, qui mobilise pourtant la totalité des résultats précédents, ne peut pas aboutir.