

# Table des matières

<b>I. Modélisation d'une expérience aléatoire</b>	
1. L'espace $\Omega$ . . . . .	1
2. La tribu des évènements. . . . .	2
3. Mesure de probabilité . . . . .	5
4. Propriétés d'une probabilité . . . . .	7
5. Exercices . . . . .	11
<b>II. Espace probabilisé fini ou dénombrable</b>	
1. Forme générale et premiers exemples . . . . .	13
2. Probabilité uniforme sur un espace fini . . . . .	18
3. Tirage avec remise . . . . .	19
4. Tirage sans remise . . . . .	22
5. Approximation de la loi hypergéométrique par la loi binomiale . . . . .	24
6. Espace produit . . . . .	26
7. Exercices . . . . .	27
<b>III. Probabilité conditionnelle et évènements indépendants</b>	
1. Définition . . . . .	31
2. Trois formules incontournables . . . . .	33
3. Évènements indépendants . . . . .	38
4. Exercices . . . . .	45
<b>IV. Loi et espérance d'une variable aléatoire discrète</b>	
1. Un exemple de variable binomiale . . . . .	47
2. Loi d'une variable aléatoire réelle discrète . . . . .	49
3. Loi d'un vecteur aléatoire discret . . . . .	51
4. Espérance d'une variable aléatoire réelle discrète . . . . .	54
5. Théorème de transfert et propriétés de l'espérance . . . . .	58
6. Exercices . . . . .	66

<b>V. Indépendance de variables discrètes</b>	
1. Définition et propriétés . . . . .	69
2. Suite indépendante . . . . .	78
3. Convolution de lois sur $\mathbb{N}$ . . . . .	79
4. Exercices . . . . .	86
<b>VI. Moments d'une variable discrète</b>	
1. Moment d'ordre $r$ . . . . .	89
2. Variance . . . . .	92
3. Fonction génératrice d'une variable aléatoire à valeurs dans $\mathbb{N}$ . . . . .	97
4. Exercices . . . . .	102
<b>VII. Covariance. Corrélation</b>	
1. Covariance de deux variables discrètes . . . . .	105
2. Coefficient de corrélation . . . . .	112
3. Droite de régression . . . . .	114
4. Exercices . . . . .	117
<b>VIII. Approximations de la loi binomiale, applications</b>	
1. Le théorème de Poisson . . . . .	119
2. Les théorèmes de Moivre-Laplace . . . . .	122
3. Intervalles de fluctuation et de confiance . . . . .	128
4. Exercices . . . . .	132
<b>Annexe A. Opérations ensemblistes</b>	
1. Complémentaire, réunion et intersection . . . . .	135
2. Limites de suites ensemblistes . . . . .	136
3. Formules de Hausdorff . . . . .	138
<b>Annexe B. Familles sommables</b>	
1. La droite réelle achevée . . . . .	139
2. Somme d'une famille positive . . . . .	140
3. Famille sommable de réels . . . . .	142
<b>Annexe C. Combinatoire</b>	
1. Arrangements et permutations . . . . .	145
2. Combinaisons, formule du binôme . . . . .	146
3. Généralisations de la formule du binôme . . . . .	148
<b>Annexe D. Séries entières</b>	
1. L'algèbre des séries entières . . . . .	153
2. Rayon de convergence . . . . .	154
3. Continuité, dérivabilité et formule intégrale de Cauchy . . . . .	158

**Annexe E. Indications de solutions**

Exercices du chapitre I . . . . .	163
Exercices du chapitre II . . . . .	166
Exercices du chapitre III . . . . .	172
Exercices du chapitre IV . . . . .	177
Exercices du chapitre V . . . . .	183
Exercices du chapitre VI . . . . .	190
Exercices du chapitre VII . . . . .	193
Exercices du chapitre VIII . . . . .	197
<b>Bibliographie</b>	<b>201</b>
<b>Notations</b>	<b>203</b>
<b>Index</b>	<b>205</b>